

立教大学学術推進特別重点資金(立教SFR)

個人研究

2017年度研究成果報告書

研究代表者	所属部局・職	氏名
	理学部物理学科・助教	初田泰之 印
研究課題	弦理論の幾何学と2次元電子系	
研究期間	2017年度	
研究経費 (1円単位)	(支出金額) 768,524円 / (採択金額) 770,000円	
研究の概要(200~300字で記入、図・グラフは使用しないこと)		
<p>この研究では、近年新たに発見された弦理論におけるカラビ・ヤウ多様体の幾何学と2次元電子系の間をより深く理解することを目指した。カラビ・ヤウ多様体は弦理論のみならず数学においても非常に興味を持たれている対象であるが、このような高度に数学的な対象が、現実実現しうる2次元電子系の解析に利用できるのである。本研究では、この関係を他のより広い電子系に拡張できないかについて検討した。高エネルギー物理学、凝縮系物理学、数理物理学にまたがった研究テーマである。</p>		

キーワード(研究内容をよく表しているものを3項目以内で記入)
[弦理論] [カラビ・ヤウ多様体] [2次元電子系]

研究成果の概要 (図・グラフ等は使用しないこと。)

研究を遂行するに当たって、当初の計画に従ってハニカム (蜂の巣) 格子上の 2 次元電子系について解析した。物性物理で活発に研究されているグラフェンは、このようなハニカム構造を持っていることが知られているため、このような系を調べることにはたいへんな意義がある。本研究では、ハニカム格子の 2 次元面に垂直な磁場をかけた物理系に興味があるが、まず準備として磁場が弱い場合に電子のスペクトルがどのように振る舞うかを調べた。

このような弱磁場極限では、量子力学で用いられる摂動論の方法が有効であるが、磁束に関する摂動展開は収束半径が 0 の発散級数である。このような形式冪級数に解析的な意味を持たせるためには、ボレル総和法と呼ばれる方法を適用するのが標準的である。ハニカム格子上のスペクトルの弱磁場展開は、ボレル総和法の意味で、総和不可能であることが分かった。このことは、電子のスペクトルが磁束に関する非摂動補正を受けることを示唆し、実際に電子のエネルギーバンド幅を数値的に計算し、どのような形の非摂動補正を受けるのかを予想した。特にディラック・コーンと呼ばれる特異点の付近での弱磁場展開は、超対称サイン・ゴルドン量子力学の摂動展開との類似性が認められ、このことはグラフェンの物理において、ディラック・コーン近傍では超対称性が実現されていることを示唆している。

以上の成果を論文形式にまとめ、プレプリントサーバー arXiv に投稿した [2]。現在論文雑誌に投稿中である。また上記と関係するが、当初の目標であるハニカム格子上の電子系に対応するカラビ・ヤウ多様体を探索した結果、対応すると思われるものを同定することに成功した。この結果についての論文を現在執筆中である。

また、フランス高等師範学校の Z. Duan, J. Gu, T. Sulejmanpasic の諸氏と以下の共同研究を実行中である。元々のホフスタッター模型に戻り、その弱磁場における電子のエネルギーバンドの幅が、対応するカラビ・ヤウ多様体上の弦理論の自由エネルギーと関係することを新たに発見した。このような自由エネルギーは正則アノマリー方程式と呼ばれる微分方程式系によって系統的に計算できることが知られている。この結果を使うことで、ホフスタッター模型におけるバンド幅を弦理論の道具立てを使って新たに計算できるようになった。

この研究成果についても現在論文執筆中であり、近々投稿できると思われる。この研究の初期段階の結果を、神戸とソウルで行われた国際研究会の招待講演にて報告した [3, 4]。

研究成果の概要 (つづき)

最後に本研究と直接の関係はないが、3次元チャーン・サイモンズ理論の分配関数の弱結合における摂動展開に関する研究をソウル大学校の D. Gang 氏と共同で行った [1]。この理論には強結合・弱結合双対性と呼ばれる対称性が存在するが、摂動展開によってこの対称性は見えなくなってしまう。この摂動展開がボレル総和可能であり、そのボレル和が元の理論の持っていた強結合・弱結合双対性を回復することを発見した。このことは弱結合領域の情報から強結合領域の情報が決まることを意味していて興味深い。

研究発表 (研究によって得られた研究経過・成果を発表した①～④について、該当するものを記入してください。該当するものが多い場合は主要なものを抜粋してください。)

- ①雑誌論文 (著者名、論文標題、雑誌名、巻号、発行年、ページ)
- ②図書 (著者名、出版社、書名、発行年、総ページ数)
- ③シンポジウム・公開講演会等の開催 (会名、開催日、開催場所)
- ④その他 (学会発表、研究報告書の印刷等)

④その他 (学会発表、研究報告書の印刷等)
(プレプリント)

[1] D. Gang and Y. Hatsuda, "S-duality resurgence in SL(2) Chern-Simons theory," arXiv:1710.09994 [hep-th].

[2] Y. Hatsuda, "Perturbative/nonperturbative aspects of Bloch electrons in a honeycomb lattice," arXiv:1712.04012 [hep-th].

(招待講演)

[3] RIMS-iTHEMS International Workshop on Resurgence Theory, September 6-8, RIKEN Kobe.

[4] Autumn Symposium on String Theory, September 11-14, 2017, KIAS, Korea.

(学会発表)

[5] 日本物理学会・第73回年次大会、2018年3月22日～25日、東京理科大学・野田キャンパス

(ポスター発表)

[6] Strings and Fields 2017, August 7-11, 2017, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University.

(談話会)

[7] 数理科学談話会、2017年10月31日、信州大学