

立教大学学術推進特別重点資金(立教SFR)

個人研究

2016年度研究成果報告書

研究代表者	所属部局・職	氏名
	理学部物理学科・准教授	中山 優 印
研究課題	共形ブートストラップ法で解く量子色力学のカイラル相転移現象	
研究期間	2016年度	
研究経費 (1円単位)	(支出金額) 690,734円 / (採択金額) 800,000円	
研究の概要(200~300字で記入、図・グラフは使用しないこと)		
<p>共形ブートストラップの方法は3次元イジング模型の臨界指数の決定など理論物理学において近年目覚ましい成果を上げてきた。私たちの宇宙における物質の質量の98%はカイラル相転移の自発的対称性の破れによって引き起こされていることが知られているが、その相転移の次数は未だ解明されていない。この相転移の性質はゲージ理論の非摂動効果で起こり、その解析は非常に難しい。本研究では、量子色力学におけるカイラル相転移の次数を決定する方法として新しい方法である「共形ブートストラップ」を適用することを目標に、共形ブートストラップの方法の数値的な実装や評価を目指した。</p>		

キーワード(研究内容をよく表しているものを3項目以内で記入)
[ 共形対称性 ] [ 量子色力学 ] [ カイラル相転移 ]

**研究成果の概要** (図・グラフ等は使用しないこと。)

本研究は理論的な解析と数値的な計算の2つの柱に分かれている。

1、「共形ブートストラップ」が与えられた物理系に適用できるための理論的な基礎を確立する。

共形ブートストラップが適用できる前提条件は、相対論的な場の量子論における命題「スケール不変な場の理論は共形対称性を持つか？」である。この命題の一般的な成否を調べる、あるいは、今考えたい系、つまり、量子色力学のカイラル相転移現象で適用できるかどうか、理論的な解析から解明を行う。その際、くりこみ群・ホログラフィー・有効作用の方法など最新の理論物理の手法を用いる。

論文 [3] ではトポロジカルツイストという処方を用いると、共形不変でないがスケール不変でない場の理論を一般に構築できること、特にホログラフィーを用いて具体的な解を構成できることを示した。この構成法が可能なのはユークリッド化された場の理論であること、また、ツイストされた理論はユニタリ性を保たないということである。そのため、この例は非常に面白いものであるが、量子色力学のカイラル相転移現象では成り立たず、本研究の最終目標である量子色力学の相転移に関しては、共形対称性が成り立っていることが期待されることとは矛盾しない。

論文 [5] では論文 [3] で得られた解を M 理論に持ち上げることに成功した。M 理論は超弦理論の非摂動的な定式化の一つで、量子重力的に無矛盾な理論と考えられており、M 理論に [3] の解が持ち上がったことで、共形不変でないがスケール不変である場の理論の具体的な構成法が確立したと考えられる。なお、これに付随して 11 次元超重力アインシュタイン方程式の新しい厳密解が見つかった。

論文 [7] では共形不変でないがスケール不変である場の量子論の例を、ゲージ固定されたゲージ理論を例に具体的な計算を行ってその存在を示した。

さらに、論文 [1]、[6] では実空間上ではなく、実射影空間上での共形ブートストラップ方程式とその解を議論した。特に、論文 [1] においてはホログラフィーの立場からクロスキャップ状態と局所演算子の関係を詳しく議論して、共形ブートストラップ方程式と局所演算子が満たすべき交換関係と関連性を議論した。

**研究成果の概要** (つづき)

2, 「共形ブートストラップ」を計算機上で実装し、具体的に量子色力学のカイラル相転移現象に応用して相転移の次数とその性質を決定する。

共形ブートストラップの計算コードの大部分は、python や sage math、 mathematica と言った高級数学言語で書かれている。そのコードを今の問題に適用するよう変更、改良し、実際に量子色力学のカイラル相転移現象を記述するモデルに適用できることを確かめる。具体的には、共形ブートストラップの1つの式を解くコードは完成しているが、複数の式を同時に解くコードの開発が終了していないため、それを目標とする。また、その妥当性のクロスチェックとして、これまで得られた他の方法、例えば、数値的なくみ群やモンテカルロ・シミュレーションなどの結果と比較し、その結果の整合性を議論する。

量子色力学でのカイラル相転移現象を調べるための共形ブートストラップ法の実装は進行中であるが、予備結果として、論文[2] では、もし仮に我々の世界のクォークの数がもっと多かったら、どのようなことが起こるのか？を共形ブートストラップ法を用いて議論した。より正確には、共形ブートストラップによって異常次元に関する制限をつけるなど、何が起こらないか？が厳密に示された。

共形ブートストラップとは直接の関係はないが、物性物理学者との共同研究として、論文 [4] [8] では、非相対論的な超対称性を持ったフェルミオン系を考えて、その超対称性の自発的破れと、それに伴うゴールドストーンモードの分散関係を調べた。この分散関係は素朴に期待されるものと異なり、非相対論的な自発的対称性の破れを議論する上で非常に面白いモデルになっていることが分かった。

**研究発表** (研究によって得られた研究経過・成果を発表した①～④について、該当するものを記入してください。該当するものが多い場合は主要なものを抜粋してください。)

- ①雑誌論文 (著者名、論文標題、雑誌名、巻号、発行年、ページ)
- ②図書 (著者名、出版社、書名、発行年、総ページ数)
- ③シンポジウム・公開講演会等の開催 (会名、開催日、開催場所)
- ④その他 (学会発表、研究報告書の印刷等)

すべて査読付き原著論文

- [1] Y. Nakayama and H. Ooguri,  
`Bulk Local States and Crosscaps in Holographic CFT,'`  
JHEP 1610, 085 (2016)
- [2] Y. Nakayama,  
`Bootstrap bound for conformal multi-flavor QCD on lattice,'`  
JHEP 1607, 038 (2016)
- [3] Y. Nakayama,  
`Topologically twisted renormalization group flow and its holographic dual,'`  
Phys. Rev. D 95, no. 6, 066010 (2017)
- [4] N. Sannomiya, H. Katsura and Y. Nakayama,  
`Supersymmetry breaking and Nambu-Goldstone fermions in an extended Nicolai model,'`  
Phys. Rev. D 94, no. 4, 045014 (2016)
- [5] Y. Nakayama,  
`Euclidean M-theory background dual to a three-dimensional scale-invariant field theory without conformal invariance,'`  
Phys. Rev. D 95, no. 4, 046006 (2017)
- [6] C. Hasegawa and Y. Nakayama,  
`epsilon-Expansion in Critical  $\phi^3$ -Theory on Real Projective Space from Conformal Field Theory,'`  
Mod. Phys. Lett. A 32, no. 07, 1750045 (2017)
- [7] Y. Nakayama,  
`Interacting scale but non-conformal field theories,'`  
Phys. Rev. D 95, no. 6, 065016 (2017)
- [8] N. Sannomiya, H. Katsura and Y. Nakayama,  
`Supersymmetry breaking and Nambu-Goldstone fermions with cubic dispersion,'`  
Phys. Rev. D 95, no. 6, 065001 (2017)