

立教大学学術推進特別重点資金（立教SFR）
プロジェクト研究（単独プロジェクト研究）
2011年度研究【経過・成果】報告書

プロジェクト主体 研究科等名	理学部物理学科		
研究代表者	所属・職名	氏名	
	理学部物理学科	黒木経秀	印
研究課題	ゲージ理論、弦の場の理論に基づく弦理論の非摂動的定式化と時空構造の解明		
研究組織	所属大学名等・職名	氏名	
	立教大学・助教	黒木経秀	
	立教大学・教授	矢彦沢茂明	
	立教大学・博士3年	奥田諭史	
	立教大学・博士3年	高橋大輔	
研究期間	2010年度 ~ 2011年度		
研究経費	2010年度	2011年度	総計
	1846千円	1898千円	3744千円

研究の概要 (200~300字で記入、図・グラフ等は使用しないこと。)

素粒子理論の研究を行う。素粒子間に働く4つの相互作用を統一的に記述し、重力理論と量子論を矛盾なく融合させた量子重力理論を完成させることが素粒子理論の最大の目標であるが、そのような究極理論の最有力候補が弦理論である。しかし、弦理論は未だに摂動論的な定義しか存在せず、この意味できちんと定式化されていない。近年の研究によって、行列模型や、弦の場の理論による弦理論の非摂動的定式化が提案されているので、これらを詳しく調べることにより、4つの相互作用を統一した量子重力理論となる究極理論を完成させ、我々の宇宙に対する根源的な理解をする。

キーワード (研究内容をよく表しているものを3項目以内で記入。)

[ゲージ理論] [弦理論] [弦の場の理論]

研究【経過・成果】の概要 (図・グラフ等は使用しないこと。)

自然界に存在する 4 つの相互作用を統一し、量子重力理論を定義する究極理論の最有力候補が弦理論である。弦理論が矛盾なく定式化されれば、自然界の相互作用の根源的理解のみならず、ブラックホールなどの特異点の解消、宇宙開闢のメカニズムなど人類の永遠の謎に対する解答が得られると期待されている。しかし現在までのところ弦理論はその結合定数が小さい場合にのみ有効な摂動論による定義しか存在しない。力の統一や時空特異点の解消などの問題を取り扱うためには、結合定数が大きい場合にも有効な弦理論の非摂動的定式化が必要不可欠である。

そのような弦理論の非摂動的定式化の一つが、ゲージ理論、あるいは行列模型によるもので、これは弦理論の基本的自由度はむしろゲージ場や行列であり、弦は結合定数が小さいときにのみ有効な自由度であるとし、ゲージ群ないし行列の階数が無限大の極限 (large-N 極限) によって弦理論を非摂動的に定義しようという試みである。実際、時空次元が 2 次元以下の場合の非臨界弦理論と呼ばれる自由度が極端に少ない弦理論に対しては、行列模型の large-N 極限がその非摂動的定義を与えることが証明されている。さらに我々の時空を記述する臨界弦理論の非摂動的定式化も、行列模型によっていくつか提唱されているが、いずれも未完成である。これらの模型の最大の特徴の一つが高い超対称性を持つことである。つまり、模型に含まれる多数のボゾンとフェルミオンを入れ替える対称性が存在する。しかし、実験で精度よく確かめられている素粒子の標準模型は超対称性を持たない。そこで行列模型の超対称性は何らかの意味で最終的には破れる必要がある。その最も有望なシナリオが、南部氏の自発的対称性の破れのアイデアを適用し、行列模型の超対称性は large-N 極限で自発的に破れるというものである。ところがこれまで large-N 極限で超対称性が自発的に破れるような行列模型は一切知られていなかった。そこで黒木は昨年度の本 SFR 研究において、杉野文彦氏 (岡山光量子研) との共同で、そのような機構を起こす行列模型を初めて構成することに成功した。この模型の一つの特徴は、ある相では実際に超対称性が破れるが、別の相では large-N 極限で超対称性が回復することである。そこでもしこの相が何らかの弦理論に対応していれば、超対称性を持つ弦理論が行列模型によって非摂動的に構成できることになる。実際、現在までのところ、ローレンツ対称性および時空超対称性を持つ弦理論が非摂動的に定義された例は一つも知られていない。そこで、本年度の SFR 研究では、黒木は杉野氏と共同で、我々の構成した行列模型の超対称性を持つ相が、何らかの弦理論に対応する可能性を追求した。その結果、ある 2 次元の超対称性を持つ非臨界弦理論と、我々の行列模型の振幅を両方独立に計算したところ、両者の数々の振幅が具体的に非自明に一致することを見出した。これは時空超対称性、ローレンツ対称性を持つ非臨界弦理論が非摂動的に定式化初めての例を与えており、意義、重要性、インパクトいずれも弦理論研究にとって多大である。現在振幅の全てについて一致を確認中であり、反例が見つかっていないため、2012 年 8 月までには論文として報告できる状況である。

一方、黒木は行列模型の large-N 極限に対する知見を得るため、本年度は河本祥一、富野弾両氏 (台湾東海大学) と共同で行列模型と繰り込み群の関係について研究した。Brezin, Zinn-Justin らによって、行列模型の large-N 極限の解析において、 $N \times N$ 行列からスタートして 1 行 1 列を積分して得られる $(N-1) \times (N-1)$ 行列への変換を繰り込み群と見なすことにより、固定点など通常の繰り込み群の解析によって、large-N 極限での臨界指数などが良い精度で求まることが指摘されていた。この手法を large-N 繰り込み群と呼ぶ。しかし、この手法を、現在提唱されている弦理論の非摂動的定式化を与える行列模型に適用すると、概念的な問題が生じる。すなわち、large-N 繰り込み群が提唱された当時と、行列模型の解釈が異なる。現在では、行列成分は時空の座標ないし運動量という時空自体の物理的意味を持つ。従って、現在提唱されている行列模型に large-N 繰り込み群を適用するには、単に一行一列を積分するだけでなく、行列成分に高エネルギーモード、低エネルギーモードという概念を付与し、繰り込み群の精神に則り、高エネルギー側から積分する、という定式化が自然である。本年度の我々の SFR 研究では、このように「行列成分に運動量の概念を付与し、それに基づいた新しい large-N 繰り込み群を提唱する」ことを目的とした。ポイントは非可換空間を考えることである。非可換空間の一つである fuzzy sphere と呼ばれる空間では、その上の関数は 2 次元球面上の球面調和関数に対応した行列となる。関数が行列であるため、fuzzy sphere は非可換な座標で記述される変形された球面と見なされるが、large-N 極限では通常の球面調和関数が再現されることが知られている。この概念を用いると、 $N \times N$ 行列一つに対し、対応する球面調和関数が存在する。つまり、行列 1 個 1 個に対し、角運動量と磁気量子数が同定できることになる。我々はこの性質に着目し、行列に対しこの対応に基づいて角運動量を付与し、最大角運動量を持つ行列成分から順に積分していくという全く新しい large-N 繰り込み群を構成することに成功した。従来の large-N 繰り込み群に比べ、通常の繰り込み群との対応が良く、「時空」の概念が先天的には存在しない行列模型間の繰り込み変換にも拘わらず変換の「局所性」が読み取れるという特徴がある。さらにこれを具体的に 4 次のポテンシャルがある行列模型に具体的に適用することにより、行列模型は繰り込み群によって行列模型特有の非局所項を生成することを見出した。この事実は我々の large-N 繰り込み群によって初めて明らかになったことである。さらに我々の新しい large-N 繰り込み群を用いた臨界指数の新しい導出法を提案し、これに基づき、行列模型から 2 次元重力だけでなく、fuzzy sphere 上の場の理論、非可換平面上の場の理論、すべてにおいてそれぞれの固定点の周りで期待

研究【経過・成果】の概要 つづき

される臨界指数を与えることを示した。弦理論の非摂動的定式化を与える行列模型は複数の行列を持ち解くのが非常に困難であるが、我々の新しい large-N 繰り込み群はこのような模型にも適用可能であるため、様々な模型の large-N 極限、その臨界指数、universality などの解析に非常に単純かつ有効な方法を与えることが期待される。残念ながら本年度中の論文発表は寸前で叶わなかったが、すでに有益な結果がたくさん出ており、それらをまとめて論文執筆中であり、2012 年 5 月には論文が発表できる見込みである。非常に注目されることが期待される。実際、黒木の 2 月研究会でのトークは準備段階の発表だったにも拘わらず反響が大きかった。

本年度、奥田は吉田豊氏(KEK)と共にゲージ理論と可積分系との関係について研究した。Gerasimov-Shatashvili や Nekrasov-Shatashvili などにより、ゲージ理論と可積分系に様々な関係があることが知られているが、このような関係がなぜ存在するのかは良く分かっていない。そのため、特定の模型について研究することにより、ゲージ理論と可積分系の関係がなぜ存在するのかを物理的に理解する。特に、弦理論や M 理論の立場からこの対応を物理的に理解できると期待しており、弦理論の行列模型とは異なる非摂動定式化である M 理論の理解につながると考えている。本研究では、ゲージ群が SU(N) の場合の G/G Gauged WZW Higgs 模型について調べた。G/G Gauged WZW Higgs 模型は Gauged WZW 模型にスカラー場を結合させた系で、位相的場の理論である。この模型の分配関数は局所化と呼ばれる方法を用いて計算することができる。局所化を使うことにより、ある拘束条件が現れる。この拘束条件が q-boson 模型のベータ方程式と一致する。そのため、ゲージ群が SU(N) の場合の G/G Gauged WZW Higgs 模型は、q-boson 模型の N 粒子サブセクターに対応することが分かった。q-boson 模型は調和振動子を q 変形した模型で、ベータ仮設法を用いて”解く”ことができる可積分系である。代数的ベータ仮設法を用いるとハミルトニアン固有状態を構成することができ、固有状態のノルムを計算することができる。q-boson 模型にこの方法を用いて、固有状態のノルムを構成した。両者の理論のパラメータを合わせることで、ゲージ群が SU(N) の場合の G/G Gauged WZW Higgs 模型の分配関数は、q-boson 模型の(N 個の粒子がいるサブセクターの)固有状態のノルムと一致することを示した。また、G/G Gauged WZW Higgs 模型が G/G Gauged WZW 模型になる極限は、q-boson 模型が phase 模型になる極限に対応することを示した。そのため、G/G Gauged WZW 模型に Higgs 場を入れることが、可積分模型では q 変形していることが分かった。弦理論や M 理論の立場からこの対応の物理的な理解することは今後の課題である。

弦理論のもう一つの非摂動的定式化の一つとして弦の場の理論がある。これは粒子の場の理論の素朴な拡張として、弦を場だととらえて定式化を試みる理論である。しかし、粒子の場の理論のような量子化が弦の場の理論では困難であり、さらに、その古典的な解析さえもつい最近まで非常に困難なものであった。しかしボゾンの Witten 型の開弦の場の理論において、2000 年ごろから wedge 状態という弦の場の理論特有の状態を考えることで、解析が容易にできるようになっていき、2005 年に Schnabl によって sliver frame という特殊な共形フレームでこの状態を用いてタキオン凝縮という非摂動的な物理現象が厳密に解析された。タキオン凝縮というのはタキオンモードが存在している不安定な摂動論的真空から D ブレーンが消滅して開弦の自由度のない真空へと移る現象である。この解析が行われた後で大川によりその解析が行われている部分空間内、あるクラスの解が提案された。その後、その解のクラスにタキオン解、摂動論的真空解以外に多重ブレーン解が存在しているということが村田、Schnabl によって示唆された。一方、Kiermaier、大川、Zwiebach によって弦の場の理論の古典解周りでの境界状態が構成された。境界状態とは開弦の 1 ループを考えたときの境界の情報を持った状態である。実際に Schnabl のタキオン解についての境界状態を解析すると、この状態はゼロに等しいことが示された。これは D ブレーンが存在していないことを表しているため、考えられている物理的描像に無矛盾である。さらにマージナル変形における境界状態を解析すると、その境界全体にマージナル演算子が挿入されている形になり、確かに境界条件が変更されているような境界状態になるということが示された。本研究で高橋は大川が提案した部分空間内の解における境界状態の構成を行った。この構成によってわかったことは、その解のクラスにはタキオン解と通常の摂動論的真空解しか入っていないということである。実際に多重ブレーン解には特異性があり、それを取り除くための正則化が議論されているが、本研究では素朴な正則化では多重ブレーン解が得られないことがわかった。また、このクラスの解では負エネルギーを持つ解であるゴーストブレーン解が存在してしまうが、そのような解の場合には境界状態が発散してしまうので、ゴーストブレーン解はこのクラスに存在しないことがわかった。

矢彦沢は本年度の研究でスカラー場理論に対し Fisher 情報計量を適用し、ユークリッド計量を得た。最も簡単な理論であるが、その解を用いたとき情報計量が有限になることは非自明であり、それを具体的に構成できた。

※ この(様式 2)に記入の【経過・成果】の公表を見合わせる必要がある場合は、その理由及び差し控え期間等を記入した調書(A 4 縦型横書き 1 枚・自由様式)を添付すること。

研究発表 (研究によって得られた研究経過・成果を発表した①～④について、該当するものを記入してください。該当するものが多い場合は主要なものを抜粋してください。)

- ① 雑誌論文 (著者名、論文標題、雑誌名、巻号、発行年、ページ)
- ② 図書 (著者名、出版社、書名、発行年、総ページ数)
- ③ シンポジウム・公開講演会等の開催 (会名、開催日、開催場所)
- ④ その他 (学会発表、研究報告書の印刷等)

① T. Kuroki, A. Miwa and S. Okuda,
“Deformation of half-BPS solution in ABJM model and instability of supermembrane,” JHEP 1105 (2011) 011.

D. Takahashi,
“The boundary state for a class of analytic solutions in open string field theory,” JHEP 1111 (2011) 054.

③ 研究会開催:

黒木経秀、矢彦沢茂明
立教研究会「弦理論・場の理論における非摂動的手法」
2012年2月18日～19日、立教大学池袋キャンパス

④ 研究会発表:

黒木経秀、研究会「行列模型とその周辺」
“非可換空間上の large-N 繰り込み群”
2011年2月20日～21日、立教大学池袋キャンパス

学会発表:

高橋大輔、日本物理学会第67回年次大会
“The boundary state for a class of analytic solutions
in open string field theory”
2012年3月24日～27日、関西学院大学西宮上ヶ原キャンパス