

立教大学学術推進特別重点資金 (立教 S F R)
個人研究費
2008 年度研究成果報告書

研究代表者	所属・職名	氏名
	理学部物理学科・助教	黒木経秀 印
研究課題	行列模型を用いた弦理論の非摂動効果、非摂動的定義の探究及び時空構造の解明	
研究期間	2008 年 度	
研究経費	500 千円	

研究の概要 (200~300字で記入、図・グラフは使用しないこと)

素粒子理論の研究を行う。素粒子間に働く 4 つの相互作用を統一的に記述し、重力理論と量子論を矛盾なく融合させた量子重力理論を完成させることが素粒子理論の最大の目標であるが、そのような究極理論の最有力候補が弦理論である。しかし、弦理論は未だに摂動的な定義しか存在せず、この意味できちんと定式化されていない。近年の研究によって、弦理論の基本的自由度は弦ではなく行列であることを示唆する現象が数多く発見されたので、行列を基本的自由度とする行列模型に基づき弦理論を非摂動的に再定式化し、4 つの相互作用を統一した量子重力理論となる究極理論を完成させ、我々の宇宙に対する根源的な理解をする。

キーワード (研究内容をよく表しているものを 3 項目以内で記入。)

{ 弦理論 } { 行列模型 } { large-N 極限 }

研究成果の概要 (図・グラフ等は使用しないこと。)

近年、行列模型ないしゲージ理論の large-N 極限によって量子重力理論、または弦理論を非摂動的に定式化しようという試みが盛んになされており、AdS/CFT あるいはより広くゲージ/重力対応と言われている。このような行列模型による弦理論の非摂動的定式化においては、行列の固有値の時空解釈、あるいは重力理論としての解釈が本質的に重要である。固有値は行列模型においてゲージ不変量であるからである。ゲージ/重力対応の基礎となった D-brane については、行列の対角成分は D-brane の座標であるという明確な時空解釈があるが、対角成分自身はゲージ不変でないし、一般にこのような非摂動的弦理論を記述する行列模型においては、力学変数としての行列は複数個あり、同時対角化可能ではなく、模型を固有値だけで記述することができない。他方、行列は曲がった時空上の共変微分を表すという見方も可能であることが最近の研究によって明らかになり、行列模型における固有値の時空解釈の問題は非摂動的弦理論にとって最も本質的な課題であるのに、未だ解決されていない。そこで large-N 極限のダイナミクスの解析そのものではないが、行列模型の固有値の時空解釈を明確かつ厳密に与え、最終目標である行列模型による弦理論の非摂動的定式化の手がかりとするのが本研究の目的である。

本研究では弦理論において近年最も盛んに研究されている AdS/CFT に焦点を当てた。これはゲージ理論の large-N 極限と重力理論との関係を付けるもので、超対称性の高い場合には実際に対応が確かめられ、対称性の拘束によりある程度厳密な議論ができることが強みである。本研究ではその中でも最もよく調べられ、対応も検証されている 4 次元の U(N) ゲージ理論の large-N 極限を扱った。この理論において円形の Wilson loop の 1 点関数の計算に対しては、元のゲージ理論に存在する 10 個の行列を考える必要はなく、1 個の行列を力学変数とする行列模型 (one-matrix model) の 1 点関数の計算に帰着することが知られている。この事実に着目した。行列が 1 個になれば、固有値だけで理論を記述できるので、AdS/CFT を通じてこの 1 個の行列の固有値の重力理論側の解釈を与えることができる可能性があるからである。これを実際に遂行したのが本研究である。

4 次元の U(N) ゲージ理論は高い超対称性を持ち、かつ共形不変であるので対称性の拘束が強く、このような模型自身を扱うことは large-N 極限における対称性の破れを扱う主研究目的とは逆行するように見えるが、上に述べたように固有値の時空解釈は未解決の問題であるので、最も確立している 4 次元のゲージ理論に対する AdS/CFT を用いることによって逆に固有値の時空解釈の確立した例を与えたいというのが最大の動機である。これにより、対称性が低いような興味のあるより一般の場合における固有値についての知見も得られると期待できるからである。

具体的には、円形の Wilson loop で、かつその巻き数がオーダー N であるような Wilson loop に限定する。最終的に large-N 極限を取ることで、巻き数無限大の Wilson loop を考えることになる。通常のゲージ理論の枠内ではこのような演算子の期待値は考えないが、one-matrix model の立場では、このような Wilson loop の期待値は、ガウシアンポテンシャルの原点付近に貯まった固有値以外に 1 個だけ孤立して固有値が存在する状況に対応し、この 1 個だけ離れた固有値は特徴付けがしやすいからである。この固有値に関して、確立している AdS/CFT の知識を用いて時空解釈を与えることを考えた。離れた固有値 1 個はゲージ理論の量としては large-N 極限の subleading の寄与になるが、これを厳密に計算することにより、subleading の寄与であっても AdS/CFT によって明確に重力解釈が与えられることを見出した。一般に large-N ゲージ理論の N に関する subleading の効果は計算が困難で解析があまり進んでいないため、本研究でその寄与を厳密に計算した結果そのものが以後の large-N ゲージ理論や行列模型の進展に役立つことが期待される。このゲージ理論側の厳密な結果に対して AdS/CFT の知識を用いると、離れた固有値の位置は、重力理論側では Wilson loop に端を持つ AdS 時空内の D3-brane 上のゲージ場とスカラー場を足し合わせたものを境界に沿って積分した量として与えられることが分かった。この結果は厳密である。スカラー場は D3-brane の位置に対応し、その意味では離れた固有値の位置はやはり D-brane の時空座標に関係していることが分かったが、ゲージ場も関係していることは非常に興味深い。この結果は今まで知られていなかったもので、固有値の時空解釈の新しい一例を与えたという意味で行列模型による非摂動的弦理論の定式化に与える知見は大きいと思われる。

※ この(様式 2)に記入の、成果の公表を見合わせる必要がある場合は、その理由及び差し控え期間等を記入した調書(A 4 縦型横書き 1 枚・自由様式)を添付すること。

研究成果の概要 (つづき)

また、この研究に際して、AdS/CFT の精神にのっとり、ゲージ理論側の Wilson loop が、重力理論側の D3-brane 上の場に対してどのような境界条件を与えるかを同定した。従来曖昧にされていた、あるいは認識されていなかったことを明確にし、円形でない Wilson loop の場合にも適用できるような境界条件の形を提案した。実際提案した境界条件の形そのものが上に述べた離れた固有値の時空解釈に対して本質的な役割を果たしており、本研究で提案した一般的な境界条件の正しさが裏付けられている。この境界条件は Wilson loop に対する AdS/CFT に一般的に適用可能であり、これからの AdS/CFT の研究において様々な応用が期待される。

この研究の特徴としては、AdS/CFT が提唱されてから 10 年以上経った今でも依然として証拠を挙げる研究が多い中、最も AdS/CFT が検証されている 4 次元のゲージ理論の場合に対し、AdS/CFT を検証するのではなくむしろその知識を積極的に利用して、非摂動的弦理論におけるより重要なテーマである固有値の時空解釈の厳密な例を与えたという点にある。

研究期間の後半では、主研究目的のうちの一つに従い行列模型における large-N 極限での超対称性の破れについての研究を行った。行列模型は行列積分によって定義されるので、超対称性の破れに関して通常なされているようなオペレーター形式による議論は適用できない。そこでまず自発的超対称性の破れが起きる最も簡単な例である量子力学において、経路積分を用いた自発的超対称性の破れの新しい定式化を与えた。

この定式化のアイデア自体は非常に単純であるが、むしろそのために適用範囲が広範であることが期待される。また、この定式化を用いると、なぜ超対称性は通常の対称性と異なり有限系でも自発的に破れてしまうのかが定量的に理解できることも利点である。この定式化に従って行列模型においても large-N 極限で超対称性が自発的に破れるような例を構成することに初めて成功した。現在様々な例について large-N 極限での超対称性の破れについての例を研究しており、系統的な理解が得られたところで論文として発表する予定である。